

ارزیابی چند مدل در پیش‌بینی سری‌های زمانی شاخص بارندگی استاندارد

سمیه حجایی^{۱*} و جواد بذرافشان

دانشجوی دکتری هواشناسی کشاورزی دانشگاه تهران؛ somayeh_hejabi@yahoo.com

استادیار گروه مهندسی آبیاری و آبادانی دانشگاه تهران؛ jbazr@ut.ac.ir

چکیده

خشکسالی یک رخداد هواشناسی تکرارشونده و موقتی است که ناشی از کاهش بارندگی نسبت به میانگین بلندمدت آن می‌باشد. با توجه به اهمیت پیش‌بینی خشکسالی و نقش آن در مدیریت منابع آب، در این مطالعه به ارزیابی مهارت شش نوع مدل استوکاستیک (AR, MA, ARMA, غیرفصلی، فصلی و ARIMA مکرر) در مدلسازی و پیش‌بینی سری‌های زمانی شاخص بارندگی استاندارد شده (SPI) پرداخته شد. برای دستیابی به این هدف، از داده‌های بارندگی ماهانه ۱۰ ایستگاه سینوپتیک با اقلیم‌های خیلی مرطوب تا فراخشک (دوره‌ی آماری ۲۰۰۷-۱۹۷۳) استفاده شد. ابتدا از طریق انتقال احتمال تجمعی توزیع بهینه بارندگی به توزیع احتمال تجمعی نرمال استاندارد، مقادیر SPI در مقیاس‌های زمانی ۳، ۶ و ۱۲ ماهه محاسبه شد. سپس، در یک فرآیند چند مرحله‌ای (شناسایی، برآورد پارامتر و آزمون کفایت مدل) توسعه‌ی مدل‌ها بر روی مقادیر SPI مربوط به دوره‌ی ۱۹۷۳ تا ۲۰۰۰ صورت گرفت و از بین مدل‌های داوطلب، مناسب‌ترین مدل استوکاستیک برای هر یک از مقیاس‌های زمانی تعیین شد. به منظور صحت‌سنجی مدل‌های منتخب، پس از انجام پیش‌بینی‌های یک تا دوازده گام به جلو مقادیر SPI برای دوره‌ی ۲۰۰۱ تا ۲۰۰۷، به مقایسه‌ی مقادیر و طبقات مشاهده‌شده و پیش‌بینی‌شده‌ی SPI پرداخته شد. نتایج ارزیابی دقت مدل‌ها در پیش‌بینی مقادیر SPI در ایستگاه‌های منتخب نشان داد در پیش‌بینی یک گام به جلو، در مقیاس ۳ ماهه، مدل استوکاستیک ایستگاه بوشهر ($r=0/70$ و $RMSE=0/66$) و در مقیاس ۶ ماهه و ۱۲ ماهه، مدل استوکاستیک ایستگاه همدان نوژه (مقیاس ۶ ماهه: $r=0/84$ و $RMSE=0/41$ ؛ مقیاس ۱۲ ماهه: $r=0/93$ و $RMSE=0/30$) دارای بیشترین دقت در مقایسه با مدل استوکاستیک سایر ایستگاه‌ها می‌باشد. همچنین با افزایش مقیاس زمانی، خطای پیش‌بینی به میزان قابل توجهی کاهش می‌یابد و با افزایش گام زمانی دقت پیش‌بینی کاهش می‌یابد. نتایج ارزیابی دقت مدل‌ها در پیش‌بینی طبقات SPI بر مبنای آماره‌ی کاپا (K) نشان داد حداکثر توافق طبقات مشاهده‌شده و پیش‌بینی شده‌ی یک گام به جلو در مورد SPI3، SPI6 و SPI12 به ترتیب مربوط به ایستگاه بوشهر ($K=0/46$)، ایستگاه گرگان ($K=0/66$) و ایستگاه زاهدان ($K=0/81$) می‌باشد. همچنین با افزایش مقیاس زمانی، میزان توافق طبقات مشاهده‌شده و پیش‌بینی‌شده افزایش می‌یابد و با افزایش گام زمانی میزان توافق طبقات مشاهده‌شده و پیش‌بینی‌شده کاهش می‌یابد.

واژه‌های کلیدی: آماره کاپا، پیش‌بینی، شاخص بارندگی استاندارد شده، مدل‌های استوکاستیک

مقدمه

رخ دهد. از آنجایی که تأثیرات خشکسالی، اغلب به آرامی در طول یک دوره زمانی قابل توجه تجمع می‌یابند، این تأثیرات می‌تواند برای چندین سال پس از

خشکسالی یک رخداد هواشناسی تکرارشونده و موقتی است که ناشی از کاهش بارندگی نسبت به میانگین بلندمدت آن می‌باشد و می‌تواند در هر اقلیمی

^۱ آدرس نویسنده مسئول: کرج، چهار راه دانشکده، پردیس کشاورزی و منابع طبیعی دانشگاه تهران، گروه مهندسی آبیاری و آبادانی

کد پستی: ۳۱۵۸۷-۷۷۸۷۱

* دریافت: آبان، ۱۳۹۰ و پذیرش: اردیبهشت، ۱۳۹۲

پایان خشکسالی به طول انجامند. در نتیجه تعیین دقیق زمان شروع و پایان خشکسالی مشکل است، از این‌رو خشکسالی اغلب به عنوان یک پدیده خزننده شناخته می‌شود. خشکسالی از دیدگاه‌های مختلف هواشناسی، هیدرولوژی، کشاورزی و اقتصادی-اجتماعی قابل بررسی است (ویلهاپت و گلانتز ۱۹۸۵). به طور کلی تداوم و شدت خشکسالی‌های هواشناسی منجر به رخداد انواع دیگر خشکسالی‌ها می‌شود (مرکز ملی کاهش خشکسالی ۱۹۹۵)، از این‌رو پیش‌بینی خشکسالی هواشناسی می‌تواند در پیش‌بینی سایر خشکسالی‌ها موثر باشد.

صرف نظر از شرایط اقلیمی خاص یک منطقه، تأثیرات خشکسالی قابل کنترل می‌باشد. اعمال مدیریت مناسب جهت کاهش خسارات خشکسالی بستگی به اطلاعات به موقع در مورد شروع خشکسالی، میزان توسعه خشکسالی در طول زمان و گستردگی مکانی آن دارد. این اطلاعات از طریق پایش مداوم خشکسالی که معمولاً با استفاده از «شاخص‌های خشکسالی» انجام می‌شود، به دست می‌آید. اگرچه پایش خشکسالی برای شناسایی علائم اولیه خشکسالی‌ها مفید است، اما این شناسایی پس از رخداد خشکسالی‌ها صورت می‌گیرد و چالش اصلی، پیش‌بینی دوره‌های خشکسالی آینده و شدت آن‌ها می‌باشد. از جمله راهکارهای موثر در این زمینه، استفاده از روش‌های نوین مدل‌سازی سری‌های زمانی شاخص‌های خشکسالی می‌باشد.

یوجوئیچ (۱۹۶۷) احتمالاً اولین کسی بود که به موضوع پیش‌بینی ویژگی‌های خشکسالی پرداخت. وی با استفاده از تئوری Run به بررسی ویژگی مهم خشکسالی (تداوم، شدت و بزرگی خشکسالی) پرداخت و نتیجه گرفت که این تئوری کاربردهای مؤثری در تحلیل روند خشکسالی‌ها دارد. سالداریاگا و یوجوئیچ (۱۹۷۰) به منظور پیش‌بینی رخداد خشکسالی، از طریق ترکیب مفاهیم تحلیل سری زمانی در قاعده‌سازی، به توسعه تئوری Run پرداختند. سن (۱۹۷۶، ۱۹۷۷) تئوری Run را برای پیش‌بینی در زمینه‌ی منابع آب به کار برد. راثو و

پادمانابهان (۱۹۸۴) طبیعت استوکاستیک شاخص خشکسالی سالانه و ماهانه‌ی پالمر (PDSI) را مورد ارزیابی قرار دادند و با استفاده از مدل‌های استوکاستیک منتخب به توصیف آن‌ها پرداختند تا سری‌های زمانی PDSI را پیش‌بینی و شبیه‌سازی کنند. چانگ و سالاس (۲۰۰۰) مدل‌های میانگین متحرک خودهمبسته‌ی گسسته (DARMA) را برای برآورد احتمالات وقوع رخداد‌های خشکسالی استفاده کردند. میشر و دزای (۲۰۰۵) مدل‌های استوکاستیک خطی به نام ARIMA و مدل‌های خودهمبسته میانگین متحرک تجمعی مکرر فصلی (SARIMA) را برای پیش‌بینی خشکسالی در حوضه‌ی رودخانه‌ی کانسباتی در هند استفاده کردند. همچنین، اخیراً در مطالعه‌ی مشابه، پیش‌بینی خشکسالی هواشناسی بر اساس شاخص SPI بوسیله مدل‌های استوکاستیک در کشور ترکیه انجام شده است (دوردو ۲۰۱۰). مدرس (۲۰۰۷) یک مدل ARIMA را برای پیش‌بینی خشکسالی دبی رودخانه در رودخانه زاینده‌رود در اصفهان استفاده کرد. فرناندز و همکاران (۲۰۰۹) با استفاده از یک مدل SARIMA دبی رودخانه را با گام زمانی ۱۲ ماهه پیش‌بینی کردند و سپس شاخص‌های مختلف خشکسالی را بر اساس میانگین دبی رودخانه، میانگین ماهانه دبی رودخانه و شاخص دبی رودخانه استاندارد شده استخراج کردند. هان و همکاران (۲۰۱۰) با استفاده از شاخص شرایط دمایی پوشش گیاهی (VTCI) به عنوان پارامتر کمی‌سازی خشکسالی، یک مدل ARIMA برای پیش‌بینی خشکسالی‌ها در دشت گوانژانگ چین استفاده کردند. شفیع‌ی و همکاران (۲۰۱۱) با استفاده از مدل‌سازی استوکاستیک، ماهیت تصادفی شاخص شدت خشکسالی پالمر (PDSI) را در مشهد بررسی کردند.

با توجه به تعدد وقوع خشکسالی‌ها در ایران و ضرورت تعیین بهترین مدل پیش‌بینی با توجه به خصوصیات اقلیمی منطقه، در مطالعه‌ی حاضر، با هدف ارزیابی مهارت مدل‌های استوکاستیک در مدل‌سازی و پیش‌بینی سری‌های زمانی شاخص بارندگی استاندارد

تعریف SPI در مقیاس‌های زمانی مختلف، از مزایای SPI است (هایس و همکاران ۱۹۹۹). طبقه‌بندی SPI در جدول ۲ ارائه شده است.

مک‌کی و همکاران (۱۹۹۳) اظهار داشتند که بهترین توزیع قابل برازش بر داده‌های بارندگی ماهانه در ایالات متحده، تابع توزیع احتمال گاما است. با توجه به این‌که در مورد مقیاس‌های زمانی بیش از یک ماهه SPI، فرض پیروی داده‌های بارندگی از توزیع گاما، همواره صادق نیست (گاتمن ۱۹۹۹، کومار و همکاران ۲۰۰۹ و بلین ۲۰۱۱) در این مطالعه، پس از محاسبه‌ی مقادیر بارندگی هر ماه در مقیاس‌های زمانی ۳، ۶ و ۱۲ ماهه، ابتدا با استفاده از نرم افزار Easyfit، بر مبنای آماره‌ی کلموگروف-اسمیرنوف، بهترین توزیع قابل برازش بر مقادیر بارندگی هر ماه تعیین شد. به‌طور کلی از میان توزیع‌های احتمال معمول، توزیع‌های احتمال نرمال، لوگ‌نرمال، ویبول و گاما به عنوان توزیع‌های بهینه شناخته شد. نتایج بیانگر این بود که به‌طور میانگین، در دو مقیاس ۳ و ۶ ماهه، توزیع گاما و در مقیاس ۱۲ ماهه، توزیع نرمال نسبت به سایر توزیع‌ها در اولویت قرار دارند. پس از تعیین توزیع‌های بهینه‌ی بارندگی در هر یک از مقیاس‌های زمانی SPI، از طریق انتقال احتمال تجمعی توزیع بهینه به توزیع احتمال تجمعی نرمال استاندارد، مقادیر SPI در مقیاس‌های زمانی ۳، ۶ و ۱۲ ماهه برای دوره‌ی آماری ۱۹۷۳ تا ۲۰۰۷ محاسبه شد، سپس توسعه‌ی مدل‌های استوکاستیک بر سری‌های زمانی SPI مربوط به دوره‌ی آماری ۱۹۷۳ تا ۲۰۰۰ صورت گرفت و مقادیر SPI مربوط به دوره‌ی آماری ۲۰۰۱ تا ۲۰۰۷ برای صحت-سنجی مدل‌های استوکاستیک منتخب استفاده شد.

مدلسازی استوکاستیک سری‌های زمانی SPI

مدل‌های خودهمبسته^۲ (AR) ساده‌ترین نوع مدل‌های استوکاستیک هستند که بر مبنای مدل‌های زنجیره مارکوف توسعه یافته‌اند. این مدل‌ها همبستگی بین توالی زمانی متغیرها را در نظر می‌گیرند. به عبارت دیگر، مقدار

شده، به توسعه‌ی مدل‌های استوکاستیک بر روی سری‌های زمانی شاخص بارندگی استاندارد شده در تعدادی از ایستگاه‌های سینوپتیک در گستره‌ی ایران پرداخته شد.

مواد و روش‌ها

داده‌ها و ایستگاه‌های مورد مطالعه

به منظور انتخاب ایستگاه‌ها، در ابتدا بر مبنای روش دومارتن گسترش یافته، به طبقه‌بندی اقلیمی کلیه‌ی ایستگاه‌های سینوپتیک سطح کشور پرداخته شد و با در نظر گرفتن پراکندگی مناسب مکانی و اقلیمی، ۱۰ ایستگاه سینوپتیک (شامل ایستگاه‌های بندر انزلی، بوشهر، گرگان، همدان نوژه، کرمان، مشهد، شیراز، تبریز، زاهدان و تهران مهرآباد) برای مطالعه‌ی حاضر، انتخاب شد. مشخصات ایستگاه‌های مورد مطالعه، در جدول ۱ ارائه شده است. داده‌های مورد استفاده، شامل داده‌های بارندگی ماهانه مربوط به دوره‌ی آماری ۲۰۰۷-۱۹۷۳ می‌باشد. نتایج آزمون کفایت داده‌ها به روش آزمون هارست (۱۹۵۱)، کفایت داده‌ها را در همه ایستگاه‌ها مورد تأیید قرار داد. به منظور بررسی تصادفی بودن داده‌های بارندگی سالانه در هر یک از ایستگاه‌ها، از آزمون ران و نقطه‌ی بازگشت استفاده شد. نتایج آزمون‌ها، بیانگر این بود که فرضیه‌ی صفر مبنی بر تصادفی بودن داده‌های بارندگی سالانه، در کلیه‌ی ایستگاه‌ها در سطح اشتباه یک درصد پذیرفته می‌شود.

شاخص بارندگی استاندارد شده^۱ (SPI)

یکی از مهم‌ترین شاخص‌های پیش‌خشکسالی، شاخص بارندگی استاندارد شده (SPI) می‌باشد. این شاخص نخستین بار توسط مک‌کی و همکاران (۱۹۹۳) برای پیش‌خشکسالی در ایالت کلرادو ارائه شد. SPI عبارت است از مقداری از تابع توزیع نرمال استاندارد که احتمال تجمعی آن با احتمال تجمعی متغیر بارندگی از تابع توزیع معین مساوی باشد (ادواردز و مک‌کی ۱۹۹۷). امکان توصیف شرایط خشکسالی در دامنه‌ی کاربردهای هواشناسی، هیدرولوژیکی و کشاورزی به دلیل قابلیت

^۱. Autoregressive

^۱. Standardized Precipitation Index

شناسایی

در مرحله‌ی شناسایی، ساختار همبستگی زمانی سری، به‌وسیله آزمون توابع خودهمبستگی^۳ (ACF) و خودهمبستگی جزئی^۴ (PACF) تعیین می‌شود (باکس و جنکینز ۱۹۷۶). سپس این اطلاعات برای تعیین شکل کلی مدل یک متغیره استفاده می‌شود. با توجه به تعداد گام‌های معنی‌دار در هر یک از نمودارهای ACF و PACF می‌توان محدوده‌ی تغییرات مرتبه‌ی مدل‌ها را به‌دست آورده و در نهایت با ترکیب آن‌ها به مدل‌های داوطلب دست یافت. مدلی که حداقل AIC و SBC را داشته باشد، به عنوان بهترین مدل انتخاب می‌شود.

فرمول ریاضی AIC (آکائیکه ۱۹۷۴) به صورت

زیر است:

$$AIC = -2 \log L + 2m \quad [۲]$$

فرمول ریاضی SBC (شوارتز ۱۹۷۸) به صورت زیر است:

$$SBC = -2 \log L + m \ln(n) \quad [۳]$$

که در روابط فوق، $m=p+q+P+Q$ تعداد پارامترهای تخمین زده شده در مدل و L تابع درست‌نمایی مدل‌های استوکاستیک و n تعداد مشاهدات می‌باشد.

برآورد پارامترها

برای برآورد اولیه پارامترهای مدل استوکاستیک از ACF سری‌های زمانی که در مرحله‌ی شناسایی بدست می‌آید، استفاده می‌شود. سپس برآوردهای اولیه به عنوان مقادیر اولیه، در یک الگوریتم بهینه سازی تکراری، برای حداقل کردن مجموع مربعات باقیمانده‌ها استفاده می‌شود. در این مطالعه، برای برآورد پارامترهای مدل‌های منتخب، از نرم‌افزار MINITAB 14 استفاده شد.

آزمون کفایت مدل

در این مرحله، در ابتدا سری باقیمانده‌ها، از تفاضل سری زمانی مشاهده شده SPI و سری زمانی حاصل از برازش مدل منتخب بر سری زمانی SPI بدست آمده، سپس آزمون‌های صحت‌سنجی روی باقیمانده‌ها،

متغیر در یک زمان معین بستگی به مقدار آن متغیر در زمان‌های قبلی دارد. از فرضیات اولیه‌ی این مدل‌ها نرمال بودن سری زمانی در مدلسازی است. مدل‌های AR توانایی لازم برای مدلسازی سری‌های با نوسانات کم را دارند اما مطالعات پیشین نشان داده است که در مورد سری‌های دارای نوسانات زیاد، می‌توان با اضافه کردن مولفه‌ی مدل میانگین متحرک^۱ (MA) به مدل‌های AR نتایج مدلسازی را بهبود بخشید. ترکیب یک مدل AR از مرتبه p و یک مدل MA از مرتبه q ، یک مدل خودهمبسته میانگین متحرک از مرتبه p و q ، ARMA(p,q) را به‌وجود می‌آورد. شرط اساسی برای استفاده از مدل ARMA ایستا بودن سری زمانی است. اگر یک سری زمانی ایستا نباشد، می‌توان با استفاده از عملگر تفاضل، سری زمانی را ایستا نمود. استفاده از d -امین تفاضل سری و مدلسازی آن با ARMA(p,q) منجر به پیدایش سری جدیدی از مدل‌های غیر فصلی خود همبسته میانگین متحرک تجمعی ARIMA(p,d,q) می‌شود. در صورت استفاده از عملگر تفاضل فصلی با تاخیر w و برازش آن‌ها با مدل‌های ARMA(p,q)-مدل‌های فصلی^۲ ARIMA(P,D,Q)_w به وجود می‌آید. ترکیبی از مدل‌های فصلی و غیرفصلی، مدل‌های موسوم به آریمای مکتب^۲ را تشکیل می‌دهند. فرم پایه‌ی مدل‌های آریمای مکتب به صورت زیر است:

$$\Phi_P(B^w)\phi_p(B)(1-B^w)^D(1-B)^d Z_t = \Theta_Q(B^w)\theta_q(B)\varepsilon_t \quad [۱]$$

که p مرتبه مدل AR غیر فصلی، P مرتبه مدل AR فصلی، q مرتبه مدل MA غیر فصلی، Q مرتبه مدل MA فصلی، w طول فصل، ε_t متغیر تصادفی (اغتشاش خالص)، B عملگر تفاضل بصورت $B(Z_t)=Z_{t-1}$ ، $(1-B)^d$ معادل d امین تفاضل غیر فصلی و $(1-B^w)^D$ معادل D امین تفاضل فصلی به اندازه w می‌باشد.

توسعه‌ی مدل‌های استوکاستیک شامل سه مرحله‌ی شناسایی، برآورد پارامتر و آزمون کفایت مدل می‌باشد (باکس و جنکینز ۱۹۷۶).

^۱. Autocorrelation Function

^۲. Partial Autocorrelation Function

^۱. Moving Average

^۲. Multiplicative ARIMA

مقایسه شد. به منظور بررسی توانایی مدل‌های استوکاستیک در پیش‌بینی خشکسالی، مقادیر مشاهده‌شده و پیش‌بینی‌شده‌ی یک تا ۱۲ گام به جلو SPI در دوره‌ی آماری ۲۰۰۱ تا ۲۰۰۷، از طریق محاسبه‌ی ضریب همبستگی و شاخص‌های خطا مورد مقایسه قرار گرفتند. علاوه بر مقایسه‌ی مقادیر مشاهده‌شده و پیش‌بینی‌شده، به مقایسه‌ی طبقات مشاهده‌شده و پیش‌بینی‌شده‌ی SPI پرداخته شد. برای این منظور، از آماره‌ی کاپای کوهن^۳ استفاده شد.

آماره‌ی کاپا

آماره‌ی کاپا نخستین بار توسط کوهن (۱۹۶۰) به عنوان معیار اندازه‌گیری توافق در علم روان‌شناسی معرفی شد. فرض کنید P_{ij} نسبت کل اجزایی از سری زمانی است که به طبقه‌ی i از یک سری و به طبقه‌ی j از سری دوم اختصاص دارد. این نسبت‌ها می‌توانند داخل یک ماتریس شکل بگیرند که قطر اصلی آن شامل نسبت‌های منحصراً P_{ii} اجزایی است که در هر دو سری مطابقت دارند. P_0 مجموع مقادیر P_{ii} است. با در نظر گرفتن $P_{e,ii}$ به عنوان حاصل‌ضرب مجموع نسبت‌های ردیف و ستون مربوطه ($P_{e,ii}=P_{i,i}$ ، $P_{i,0}$)، مقدار قابل انتظار توافق، برابر است با جمع مقادیر $P_{e,ii}$ ؛ این جمع را P_e می‌نامیم. آماره‌ی کاپا به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$K = \frac{P_0 - P_e}{1 - P_e} \quad [۶]$$

لندیس و کوچ (۱۹۷۷) پیشنهاد کردند که مقادیر K کمتر از ۰/۴ نشان‌دهنده‌ی توافق ضعیف تا خیلی ضعیف بوده، مقادیر ۰/۴۰-۰/۵۵ نشان‌دهنده‌ی توافق متوسط، مقادیر ۰/۷۰-۰/۵۵ نشان‌دهنده‌ی توافق خوب و مقادیر بیش از ۰/۷۰ نشان‌دهنده‌ی توافق خیلی خوب تا عالی می‌باشند. در مقایسه‌ی طبقات SPI در سری‌های مشاهده‌شده و پیش‌بینی‌شده، عدم توافق بین طبقه‌ی خشکسالی خفیف و خشکسالی متوسط به بزرگی عدم توافق بین طبقه‌ی خشکسالی خفیف و خشکسالی شدید نیست. از این‌رو با در نظر گرفتن وزن‌های معین برای هر

جهت بررسی کیفیت مدل منتخب انجام می‌شود، که عبارتند از:

آزمون کلموگروف-اسمیرنوف^۱ (K-S)

این آزمون برای بررسی نرمال بودن سری زمانی به کار می‌رود. آماره‌ی این آزمون به صورت زیر است:

$$D_{cal} = \max |P_x(X) - S_n(x)| \quad [۴]$$

که $P_x(x)$ تابع توزیع نظری تجمعی تحت فرضیه‌ی صفر و $S_n(x)$ تابع چگالی تجمعی نمونه بر اساس n مشاهده می‌باشد. چنانچه مقدار P-value معادل D_{cal} از سطح معنی‌داری α بزرگتر باشد، فرضیه‌ی صفر مبنی بر نرمال بودن سری زمانی رد می‌شود.

آزمون فقدان برازش Portmanteau

در این مطالعه آماره‌ی باکس-پیرز^۲ تصحیح شده که توسط الجانگ و باکس (۱۹۷۸) ارائه شده است، برای آزمون کیفیت مدل استفاده شد. آماره‌ی باکس-پیرز تصحیح شده یا $Q(r)$ از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید (مکریداکیس و همکاران، ۲۰۰۳):

$$Q(r) = n(n+2) \sum_{k=1}^L (n-k)^{-1} r_k^2 \quad [۵]$$

که n تعداد مشاهدات سری و $L=0.1n+p+q$ و r_k تابع ACF سری باقیمانده‌ها می‌باشد. مقادیر $Q(r)$ با مقادیر χ^2 جدول با درجه‌ی آزادی $0.1n$ مقایسه می‌شود. چنانچه مقدار $Q(r)$ کمتر از χ^2 باشد انتخاب مدل، صحیح می‌باشد.

صحت سنجی مدل‌های منتخب

به‌منظور صحت‌سنجی مدل‌های استوکاستیک منتخب، در ابتدا پیش‌بینی‌های یک گام تا ۱۲ گام به جلو برای سری‌های زمانی SPI، برای دوره‌ی آماری ۲۰۰۱ تا ۲۰۰۷، بر اساس مدل‌های منتخب صورت گرفت. سپس ویژگی‌های آماری اصلی بین سری زمانی مشاهده‌شده و سری زمانی پیش‌بینی‌شده‌ی یک گام به جلو مقیاس‌های سه‌گانه‌ی SPI در دوره‌ی آماری ۲۰۰۱ تا ۲۰۰۷، با استفاده از آزمون Z برای میانگین و آزمون F برای واریانس

^۳ Kolmogorov-Smirnov test

^۴ Box-Pierce

^۱ Cohen's Kappa statistic

برای هر سری زمانی بر اساس مقدار AIC و SBC به دست آمد. مدل‌های منتخب سری‌های زمانی SPI و مقادیر AIC و SBC و مقدار پارامترهای مدل‌ها در جدول ۳ ارائه شده است. خطای استاندارد محاسبه شده برای هر یک از پارامترهای مدل‌های منتخب عموماً در مقایسه با پارامترها کوچک بودند، بنابراین بیشتر پارامترها از نظر آماری معنی‌دار هستند و می‌توان از این پارامترها در مدل‌سازی استفاده کرد.

به منظور آزمون کفایت مدل‌های منتخب، در ابتدا سری باقیمانده‌ها از تفاضل سری زمانی مشاهده شده SPI و سری زمانی حاصل از برازش مدل منتخب بر سری زمانی SPI بدست آمد، سپس آزمون‌های صحت سنجی روی باقیمانده‌ها، جهت بررسی کفایت مدل منتخب انجام شد. نتایج آزمون کلموگروف-اسمیرنوف و آزمون فقدان برازش در جدول ۴ ارائه شده است. نتایج بیانگر این است که در مورد SPI3، فرضیه صفر مبنی بر نرمال بودن باقیمانده‌ها در کلیه ایستگاه‌ها در سطح اشتباه یک درصد پذیرفته می‌شود. در مورد SPI6، فرضیه صفر مبنی بر نرمال بودن باقیمانده‌ها در کلیه ایستگاه‌ها غیر از ایستگاه تهران مهرآباد در سطح اشتباه یک درصد پذیرفته می‌شود. همچنین در مورد SPI12، فرضیه صفر مبنی بر نرمال بودن باقیمانده‌ها در ایستگاه گرگان و ایستگاه تبریز در سطح اشتباه یک درصد پذیرفته می‌شود و در سایر ایستگاه‌ها فرضیه صفر رد می‌شود. نتایج آزمون فقدان برازش بیانگر این است که فرضیه صفر مبنی بر پیروی سری زمانی از مدل استوکاستیک منتخب، در سطح اشتباه یک درصد در مورد کلیه مدل‌های منتخب پذیرفته می‌شود، از این رو انتخاب مدل‌های استوکاستیک منتخب، صحیح می‌باشد.

صحت سنجی مدل‌های منتخب

نتایج آزمون Z برای مقایسه میانگین و آزمون F برای مقایسه واریانس سری زمانی مشاهده شده و سری زمانی پیش‌بینی شده‌ی یک گام به جلو مقیاس‌های

یک از حالات عدم توافق می‌توان مقایسه‌ی دقیق‌تری از طبقات SPI در سری‌های مشاهده شده و پیش‌بینی شده داشت. با در نظر گرفتن وزن w_{ij} برای عدم توافق در درایه‌ی ij ماتریس، عدم توافق وزنی از مجموع حاصل ضرب نسبت P_{ij} در w_{ij} بدست می‌آید. بنابراین، آماره‌ی کاپای وزنی از رابطه زیر بدست می‌آید:

[۷]

آماره‌ی آزمون معنی‌داری آماره‌ی کاپای وزنی با فرضیه‌ی

$$t = \frac{\text{صفر عدم توافق، به صورت زیر است: } K}{\sqrt{\frac{\sum w_{ij}^2 P_{e,ij} - (\sum w_{ij} P_{e,ij})^2}{n(\sum w_{ij} P_{e,ij})^2}}} \quad [۸]$$

که n تعداد مشاهدات سری است.

نتایج و بحث

مدلسازی استوکاستیک سری‌های زمانی SPI

در مرحله‌ی شناسایی مدل استوکاستیک، برای تعیین شکل کلی مدل یک متغیره، از نمودارهای ضریب خودهمبستگی (ACF) و خودهمبستگی جزئی (PACF) استفاده شد. شکل ۱ و ۲ برای نمونه، نمودارهای ضریب خودهمبستگی و خودهمبستگی جزئی سری زمانی SPI12 ایستگاه بندر انزلی را نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۱، ACF سری زمانی SPI12 ایستگاه بندر انزلی به صورت ترکیبی از موج‌های نمایی و سینوسی میرا می‌شود و در ۹ گام زمانی اول معنی‌دار است که می‌تواند یک مدل MA را پیشنهاد کند. با توجه به شکل ۲، PACF سری زمانی در گام زمانی اول معنی‌دار است که می‌تواند یک مدل AR را پیشنهاد کند. علاوه بر این PACF در ۱۲ و ۲۴ گام زمانی بعد هم معنی‌دار است. بنابراین سری دارای یک تناوب ۱۲ ماهه است. از این رو، ترکیبی از مدل‌های AR و MA بصورت مدل آریمای مکتر برای مدلسازی این سری پیشنهاد می‌شود. به همین ترتیب، با توجه به ACF و PACF سایر سری‌های زمانی نیز، ترکیب‌های داوطلب برای مدلسازی استوکاستیک کلیه‌ی سری‌های زمانی SPI تعیین شد. سپس از میان مدل‌های داوطلب، بهترین مدل

سه‌گانه‌ی SPI در دوره‌ی آماری ۲۰۰۱ تا ۲۰۰۷ در جدول ۵ ارائه شده است.

آزمون مقایسه‌ی میانگین‌ها بیانگر این بود که فرضیه‌ی صفر مبنی بر برابری میانگین‌ها، در مورد سری زمانی SPI3 در کلیه‌ی ایستگاه‌ها در سطح اشتباه یک درصد پذیرفته می‌شود، بنابراین مشاهده می‌شود که مدل‌های استوکاستیک در مورد کلیه‌ی اقلیم‌های مورد مطالعه، میانگین سری مشاهده شده را به خوبی حفظ می‌کنند. نتایج آزمون مقایسه‌ی واریانس‌ها بیانگر این بود که فرضیه‌ی صفر مبنی بر برابری واریانس‌ها، در مورد سری زمانی SPI3 در ایستگاه تهران مهرآباد و بوشهر در سطح اشتباه یک درصد پذیرفته می‌شود و در سایر ایستگاه‌ها رد می‌شود. فرضیه‌ی صفر مبنی بر برابری واریانس‌ها، در مورد سری زمانی SPI6 در کلیه‌ی ایستگاه‌ها در سطح اشتباه یک درصد پذیرفته می‌شود و در ایستگاه کرمان رد می‌شود. فرضیه‌ی صفر مبنی بر برابری واریانس‌ها، در مورد سری زمانی SPI12 در کلیه‌ی ایستگاه‌ها در سطح اشتباه یک درصد پذیرفته می‌شود.

نتایج مقایسه‌ی سری‌های زمانی مشاهده‌شده و پیش‌بینی‌شده‌ی ۱ تا ۱۲ گام به جلو SPI در دوره‌ی آماری ۲۰۰۱-۲۰۰۷، بر اساس محاسبه‌ی ضریب همبستگی و شاخص‌های خطا بیانگر این است که در مقیاس ۳ ماهه، مدل‌های استوکاستیک قادر هستند تنها تا ۲ گام به جلو پیش‌بینی نمایند و در گام‌های زمانی بیشتر مقدار ضریب همبستگی معنی‌دار نیست. همچنین پیش‌بینی یک گام به جلو در مقایسه با پیش‌بینی دو گام به جلو از دقت بیشتری برخوردار بوده و مقدار شاخص‌های خطا مؤید این مطلب می‌باشد. در مقیاس ۶ ماهه، مدل‌های استوکاستیک قادر هستند به طور متوسط تنها تا ۴ گام به جلو پیش‌بینی نمایند و در گام‌های زمانی بیشتر مقدار ضریب همبستگی معنی‌دار نیست. همچنین با افزایش گام زمانی میزان ضریب همبستگی روندی نزولی و میزان خطا روندی صعودی دارد. مقایسه‌ی نتایج مقیاس ۳ ماهه و ۶ ماهه بیانگر این است که میزان دقت پیش‌بینی مدل استوکاستیک

در مقیاس ۶ ماهه نسبت به مقیاس ۳ ماهه بیشتر است. در مقیاس ۱۲ ماهه، مدل‌های استوکاستیک قادر هستند به طور متوسط تنها تا ۹ گام به جلو پیش‌بینی نمایند و در گام‌های زمانی بیشتر مقدار ضریب همبستگی معنی‌دار نیست. همچنین به طور کلی با افزایش گام زمانی میزان ضریب همبستگی روندی نزولی و میزان خطا روندی صعودی دارد. مقایسه‌ی نتایج مقیاس ۳ ماهه و ۶ ماهه و ۱۲ ماهه بیانگر این است که میزان دقت پیش‌بینی مدل استوکاستیک در مقیاس ۱۲ ماهه نسبت به مقیاس ۳ ماهه و ۶ ماهه بیشتر است.

در مقیاس ۳ ماهه در پیش‌بینی یک گام به جلو، به‌طور متوسط، مدل استوکاستیک ایستگاه بوشهر با داشتن ضریب همبستگی ۰/۶۹۶، میزان RMSE معادل ۰/۶۵۹ و میزان MAE معادل ۰/۴۵۶ دارای بیشترین دقت در مقایسه با مدل استوکاستیک سایر ایستگاه‌ها می‌باشد. در مقیاس ۶ ماهه در پیش‌بینی یک گام به جلو، به‌طور متوسط، مدل استوکاستیک ایستگاه همدان نوزده با داشتن ضریب همبستگی ۰/۸۳۸، میزان RMSE معادل ۰/۴۰۷ و میزان MAE معادل ۰/۳۰۹ دارای بیشترین دقت در مقایسه با مدل استوکاستیک سایر ایستگاه‌ها می‌باشد. در مقیاس ۱۲ ماهه در پیش‌بینی یک گام به جلو، به‌طور متوسط، مدل استوکاستیک ایستگاه همدان نوزده با داشتن ضریب همبستگی ۰/۹۲۹، میزان RMSE معادل ۰/۲۹۶ و میزان MAE معادل ۰/۲۱۸ دارای بیشترین دقت در مقایسه با مدل استوکاستیک سایر ایستگاه‌ها می‌باشد.

نتایج حاصل از مقایسه‌ی طبقات مشاهده‌شده و پیش‌بینی‌شده‌ی یک تا دوازده گام به جلو SPI در دوره‌ی آماری ۲۰۰۱ تا ۲۰۰۷ با استفاده از آماره‌ی کاپای وزنی کوهن در جدول ۶ ارائه شده است. نتایج بیانگر این است که در مورد SPI3، آماره‌ی کاپا غیر از ایستگاه بوشهر در سایر ایستگاه‌ها، تنها در پیش‌بینی‌های یک گام به جلو معنی‌دار بوده و توافق ضعیف بین طبقات مشاهده‌شده و پیش‌بینی‌شده‌ی یک گام به جلو وجود دارد. حداکثر توافق مربوط به ایستگاه بوشهر با مقدار کاپای ۰/۴۶ می‌باشد. در مورد SPI6، در حالت کلی آماره‌ی کاپا، حداکثر تا پیش-

۳، ۶ و ۱۲ ماهه برای دوره‌ی آماری ۱۹۷۳ تا ۲۰۰۷ محاسبه شد. سپس توسعه‌ی مدل‌های استوکاستیک در یک فرایند سه مرحله‌ای (شناسایی، برآورد پارامتر و آزمون کفایت مدل) بر روی مقادیر SPI مربوط به دوره‌ی ۱۹۷۳ تا ۲۰۰۰ صورت گرفت. به منظور صحت‌سنجی مدل‌های منتخب، ابتدا پیش‌بینی‌های یک تا دوازده گام به جلو مقادیر SPI برای دوره‌ی ۲۰۰۱ تا ۲۰۰۷ صورت گرفت و سپس از طریق آزمون‌های آماری به ارزیابی دقت مدل‌های منتخب پرداخته شد.

نتایج ارزیابی‌ها نشان داد که در پیش‌بینی یک گام به جلو، در مقیاس ۳ ماهه، مدل استوکاستیک ایستگاه بوشهر و در مقیاس ۶ ماهه و ۱۲ ماهه، مدل استوکاستیک ایستگاه همدان نوزده دارای بیشترین دقت در مقایسه با مدل استوکاستیک سایر ایستگاه‌ها می‌باشد.

با افزایش مقیاس زمانی، دقت پیش‌بینی به میزان قابل توجهی افزایش و با افزایش گام زمانی دقت پیش‌بینی کاهش می‌یابد. نتایج ارزیابی دقت مدل‌ها در پیش‌بینی طبقات SPI بر مبنای آماره‌ی کاپا نشان داد که حداکثر توافق طبقات مشاهده‌شده و پیش‌بینی شده‌ی یک گام به جلو در مورد SPI6، SPI12 و SPI12 به ترتیب مربوط به ایستگاه بوشهر، ایستگاه گرگان و ایستگاه زاهدان می‌باشد. همچنین با افزایش مقیاس زمانی، میزان توافق طبقات مشاهده‌شده و پیش‌بینی‌شده افزایش و با افزایش گام زمانی میزان توافق طبقات مشاهده‌شده و پیش‌بینی‌شده کاهش می‌یابد.

بینی‌های چهار گام به جلو معنی‌دار بوده و توافق متوسط تا خوب بین طبقات مشاهده‌شده و پیش‌بینی‌شده‌ی یک گام به جلو وجود دارد. حداکثر توافق مربوط به ایستگاه گرگان با مقدار کاپای ۰/۶۶ می‌باشد. در مورد SPI12، در حالت کلی آماره‌ی کاپا، حداکثر تا پیش‌بینی‌های ده گام به جلو معنی‌دار بوده و توافق خوب تا عالی بین طبقات مشاهده‌شده و پیش‌بینی‌شده‌ی یک گام به جلو وجود دارد. حداکثر توافق مربوط به ایستگاه زاهدان با مقدار کاپای ۰/۸۱ می‌باشد. مقایسه‌ی مقادیر کاپا در هر یک از مقیاس‌های SPI بیانگر این است که میزان توافق طبقات مشاهده‌شده و پیش‌بینی‌شده با افزایش مقیاس زمانی افزایش می‌یابد. علاوه بر این، مقایسه‌ی مقادیر کاپا در گام‌های زمانی مختلف نشان می‌دهد که در مورد هر سه مقیاس زمانی SPI، با افزایش گام زمانی میزان توافق طبقات مشاهده‌شده و پیش‌بینی‌شده کاهش می‌یابد.

نتیجه‌گیری

در مطالعه‌ی حاضر، با هدف ارزیابی مهارت مدل‌های استوکاستیک در مدلسازی و پیش‌بینی سری‌های زمانی شاخص بارندگی استاندارد شده، به توسعه‌ی مدل‌های استوکاستیک بر سری‌های زمانی شاخص بارندگی استاندارد شده در تعدادی از ایستگاه‌های سینوپتیک در گستره‌ی ایران پرداخته شد. در ابتدا با استفاده از یک رهیافت جدید در محاسبه‌ی SPI، پس از تعیین توزیع‌های بهینه بارندگی در هر یک از مقیاس‌های زمانی SPI، از طریق انتقال احتمال تجمعی توزیع بهینه به توزیع احتمال تجمعی نرمال استاندارد، مقادیر SPI در مقیاس‌های زمانی

جدول ۱- مشخصات ایستگاه‌های مورد مطالعه

دوره‌ی آماری مورد مطالعه	ارتفاع (متر)	عرض جغرافیایی	طول جغرافیایی	ایستگاه
1973-2007	23.6-	37 29 N	49 27 E	بندر انزلی
1973-2007	9	28 58 N	50 49 E	بوشهر
1973-2007	13.3	36 54 N	54 24 E	گرگان
1973-2007	1679.7	35 12 N	48 43 E	همدان نوزده
1973-2007	1753.8	30 15 N	56 58 E	کرمان
1973-2007	999.2	36 16 N	59 38 E	مشهد
1973-2007	1484	29 32 N	52 36 E	شیراز

1973-2007	نیمه خشک - سرد	1361	38 05 N	46 17 E	تبریز
1973-2007	خشک سرد	1190.8	35 41 N	51 19 E	تهران مهرآباد
1973-2007	فرا خشک - سرد	1370	29 28 N	60 53 E	زاهدان

جدول ۲- طبقه‌بندی SPI

SPI	طبقه
>۲	ترسالی خیلی شدید
۲ تا ۱/۵	ترسالی شدید
۱/۵ تا ۱	ترسالی متوسط
۱ تا ۰/۵	ترسالی خفیف
۰/۵ تا -۰/۵	نرمال
-۰/۵ تا -۱	خشکسالی خفیف
-۱ تا -۱/۵	خشکسالی متوسط
-۱/۵ تا -۲	خشکسالی شدید
-۲ <	خشکسالی خیلی شدید

جدول ۳- مدل‌های منتخب سری‌های زمانی SPI

ایستگاه	SPI	مدل منتخب	AIC	SBC	پارامتر	مقدار	خطای استاندارد	P-value					
بوشهر	SPI3	ARIMA (0,0,2)(2,1,2) ₆	684.81	711.34	Φ_1	-0.911	0.066	0.000					
					Φ_2	0.086	0.065	0.183					
					θ_1	-0.671	0.047	0.000					
					θ_2	-0.555	0.049	0.000					
					Θ_1	-0.001	0.039	0.975					
					Θ_2	0.922	0.035	0.000					
					φ_1	-1.100	2.382	0.645					
					φ_2	-0.237	0.785	0.762					
					Φ_1	-0.283	0.06	0.000					
					Φ_2	-0.25	0.059	0.000					
شیراز	SPI12	ARIMA (0,1,1)(2,0,2) ₁₂	227.98	250.66	θ_1	-0.786	2.372	0.740					
					Φ_1	-0.726	0.239	0.003					
					Φ_2	-0.229	0.078	0.004					
					θ_1	0.084	0.057	0.145					
					Θ_1	0.034	0.240	0.887					
					Θ_2	0.353	0.192	0.067					
					شیراز	SPI3	ARIMA (0,0,2)	783.47	794.9	θ_1	-0.660	0.050	0.000
										θ_2	-0.442	0.050	0.000
										φ_1	0.822	0.043	0.000
										θ_1	0.121	0.072	0.093
شیراز	SPI6	ARIMA (1,0,1)(0,0,1) ₆	659.45	693.66	Θ_1	0.305	0.059	0.000					

	SPI12	ARIMA (0,1,1)(0,0,1) ₁₂	290.4	301.74	θ_1	0.050	0.056	0.370
					Θ_1	0.741	0.042	0.000
	SPI3	ARIMA (0,0,2)	715.05	726.48	θ_1	-0.709	0.045	0.000
					θ_2	-0.581	0.045	0.000
					ϕ_1	-0.130	0.056	0.022
					ϕ_2	-0.827	0.039	0.000
تبریز	SPI6	ARIMA (2,1,2)(0,0,1) ₆	472.35	495.14	θ_1	-0.119	0.032	0.000
					θ_2	-0.95	0.013	0.000
					Θ_1	0.622	0.045	0.000
	SPI12	ARIMA (1,1,0)(0,0,1) ₁₂	238.2	249.55	ϕ_1	-0.025	0.056	0.658
					Θ_1	0.711	0.042	0.000

ادامه‌ی جدول ۳- مدل‌های منتخب سری‌های زمانی SPI

ایستگاه	SPI	مدل منتخب	AIC	SBC	پارامتر	مقدار	خطای استاندارد	P-value
	SPI3	ARIMA (0,0,2)	708.91	720.35	θ_1	-0.759	0.045	0.000
					θ_2	-0.583	0.045	0.000
					ϕ_1	1.708	0.213	0.000
					ϕ_2	-0.742	0.177	0.000
همدان نوژه	SPI6	ARIMA (2,0,1)(0,0,1) ₆	570.36	608.38	θ_1	0.806	0.230	0.001
					Θ_1	0.472	0.055	0.000
	SPI12	ARIMA (1,1,0)(0,0,1) ₁₂	364.95	376.29	ϕ_1	0.04	0.057	0.483
					Θ_1	0.4	0.059	0.000
					θ_1	0.207	0.055	0.000
	SPI3	ARIMA (0,1,2)(0,0,1) ₃	704.96	720.19	θ_2	0.161	0.055	0.003
					Θ_1	0.745	0.037	0.000
					θ_1	0.234	0.054	0.000
گرگان	SPI6	ARIMA (0,1,1)(0,0,1) ₆	511.06	522.46	Θ_1	0.705	0.040	0.000
					ϕ_1	0.384	0.239	0.109
	SPI12	ARIMA (1,1,1)(0,0,1) ₁₂	275.56	290.69	θ_1	0.553	0.216	0.011
					Θ_1	0.639	0.043	0.000
					θ_1	-0.634	0.052	0.000
	SPI3	ARIMA (0,0,2)	810.84	822.27	θ_2	-0.355	0.052	0.000
					ϕ_1	0.656	0.055	0.000
					ϕ_2	0.128	0.056	0.023
کرمان	SPI6	ARIMA (2,1,1)(1,0,0) ₆	690.6	709.6	Φ_1	-0.284	0.057	0.000
					θ_1	0.985	0.000	0.000
					Φ_1	0.001	0.144	0.993
	SPI12	ARIMA (0,1,1)(2,0,1) ₁₂	328.2	347.1	Φ_2	0.094	0.107	0.380

					θ_1	0.109	0.057	0.056
					Θ_1	0.659	0.129	0.000
مشهد	SPI3	ARIMA (1,0,0)(0,0,1) ₃	746.74	765.79	ϕ_1	0.775	0.039	0.000
					Θ_1	0.36	0.057	0.000
	SPI6	ARIMA (1,0,0)(0,0,1) ₆	581.73	612.15	ϕ_1	0.861	0.029	0.000
					Θ_1	0.278	0.057	0.000
	SPI12	ARIMA (1,1,0)(0,0,1) ₁₂	120.87	132.21	ϕ_1	0.031	0.056	0.576
					Θ_1	0.937	0.026	0.000

ادامه‌ی جدول ۳- مدل‌های منتخب سری‌های زمانی SPI

ایستگاه	SPI	مدل منتخب	AIC	SBC	پارامتر	مقدار	خطای استاندارد	P-value
تهران	SPI3	ARIMA (2,0,2)	710.74	729.8	ϕ_1	0.598	0.150	0.000
					ϕ_2	-0.283	0.112	0.012
					θ_1	-0.230	0.144	0.110
					θ_2	-0.437	0.071	0.000
	SPI6	ARIMA (2,0,1)(0,0,1) ₆	563.41	601.43	ϕ_1	-0.101	0.206	0.625
					ϕ_2	0.800	0.171	0.000
					θ_1	-0.921	0.219	0.000
					Θ_1	0.490	0.055	0.000
	SPI12	ARIMA (0,1,4)(0,0,1) ₁₂	243.73	266.42	θ_1	-0.114	0.055	0.038
					θ_2	-0.001	0.055	0.991
					θ_3	0.076	0.055	0.170
					θ_4	0.239	0.055	0.000
					Θ_1	0.888	0.031	0.000
زاهدان	SPI3	ARIMA (0,0,2)	706.07	717.51	θ_1	-0.737	0.050	0.000
					θ_2	-0.404	0.050	0.000
	SPI6	ARIMA (1,0,1)(0,0,1) ₆	499.59	533.81	ϕ_1	0.876	0.033	0.000
					θ_1	0.077	0.065	0.241
					Θ_1	0.399	0.054	0.000
بندر انزلی	SPI12	ARIMA (1,1,0)(0,0,1) ₁₂	120.85	132.19	ϕ_1	-0.004	0.056	0.936
					θ_1	0.554	0.047	0.000
	SPI3	ARIMA(0,0,2)	741.65	753.07	θ_1	0.046	-0.714	0.000
					θ_2	0.046	-0.562	0.000
SPI6	ARIMA(1,1,1)(0,0,1) ₆	609.78	624.97	ϕ_1	0.782	0.036	0.000	
				θ_1	0.989	0.000	0.000	
					Θ_1	0.539	0.048	0.000
SPI12	ARIMA (0,1,1)(0,0,1) ₁₂	336.94	348.28	θ_1	0.010	0.056	0.865	
				Θ_1	0.760	0.039	0.000	

جدول ۴- نتایج آزمون کلموگروف-اسمیرنوف و آزمون فقدان برازش

ایستگاه	SPI	آزمون کلموگروف-اسمیرنوف		آزمون فقدان برازش		
		آماره‌ی K-S	P-value	Q(r)	df	χ^2
بندر انزلی	SPI3	0.073	0.054	28.33	31	44.97
	SPI6	0.064	0.125	18.84	27	40.11
	SPI12	0.095	0.006	29.15	30	43.77
بوشهر	SPI3	0.053	0.295	32.97	26	38.89
	SPI6	0.077	0.036	32.92	28	41.34
	SPI12	0.250	0.000	27.59	27	40.11
گرگان	SPI3	0.052	0.312	23.15	30	43.77
	SPI6	0.055	0.023	38.54	31	44.97
	SPI12	0.048	0.065	26.96	29	42.56
همدان نوژه	SPI3	0.029	0.932	39.84	31	44.97
	SPI6	0.077	0.037	33.55	29	42.56
	SPI12	0.115	0.000	27.99	30	43.77
کرمان	SPI3	0.057	0.212	24.20	31	44.97
	SPI6	0.065	0.115	28.56	29	42.56
	SPI12	0.160	0.000	30.51	29	42.56
مشهد	SPI3	0.060	0.169	38.49	31	44.97
	SPI6	0.069	0.084	23.65	31	44.97
	SPI12	0.131	0.000	25.28	30	43.77
شیراز	SPI3	0.078	0.031	20.11	31	44.97
	SPI6	0.051	0.343	17.64	30	43.77
	SPI12	0.192	0.000	33.84	30	43.77
تبریز	SPI3	0.036	0.775	43.33	31	44.97
	SPI6	0.074	0.052	31.24	28	41.34
	SPI12	0.080	0.029	35.39	30	43.77
تهران مهرآباد	SPI3	0.050	0.356	27.61	29	42.56
	SPI6	0.101	0.002	29.42	29	42.56
	SPI12	0.122	0.000	23.27	27	40.11
زاهدان	SPI3	0.070	0.072	25.12	31	44.97
	SPI6	0.068	0.089	23.60	30	43.77
	SPI12	0.175	0.000	23.28	30	43.77

جدول ۵- آزمون مقایسه‌ی میانگین‌ها و مقایسه واریانس‌های سری زمانی مشاهده شده و سری زمانی پیش‌بینی شده‌ی یک گام به جلو مقیاس‌های سه‌گانه‌ی SPI (دوره آماری ۲۰۰۷-۲۰۰۱)

ایستگاه	SPI	میانگین مشاهده شده	میانگین پیش‌بینی شده	آزمون مقایسه میانگین‌ها		واریانس مشاهده شده		واریانس پیش‌بینی شده		آزمون مقایسه واریانس‌ها	
				آماره Z	P-value	آماره F	P-value	آماره F	P-value		
بندر انزلی	SPI3	-0.014	0.002	-0.130	0.900	0.971	0.446	0.460	0.000		
	SPI6	-0.020	-0.146	0.900	0.371	1.076	0.631	0.587	0.016		
	SPI12	0.043	0.045	-0.010	0.989	0.946	0.895	0.946	0.802		
بوشهر	SPI3	0.272	0.360	-0.750	0.455	0.701	0.444	0.633	0.039		
	SPI6	-0.002	0.038	-0.350	0.730	0.607	0.517	0.852	0.464		
	SPI12	0.113	0.162	-0.470	0.643	0.489	0.452	0.924	0.725		

گرگان	SPI3	-0.225	-0.166	-0.440	0.661	0.994	0.516	0.519	0.003
	SPI6	-0.238	-0.208	-0.220	0.825	0.882	0.676	0.766	0.230
	SPI12	-0.260	-0.252	-0.070	0.943	0.557	0.456	0.819	0.368
همدان نوژه	SPI3	0.121	0.074	0.420	0.673	0.682	0.355	0.521	0.003
	SPI6	0.131	0.133	-0.010	0.989	0.551	0.464	0.842	0.435
	SPI12	0.038	0.053	-0.120	0.903	0.629	0.602	0.958	0.842
کرمان	SPI3	-0.280	-0.075	-2.290	0.024	0.508	0.169	0.332	0.000
	SPI6	-0.424	-0.328	-0.890	0.375	0.635	0.343	0.541	0.006
	SPI12	-0.634	-0.633	-0.020	0.987	0.368	0.356	0.967	0.872
مشهد	SPI3	-0.104	-0.045	-0.610	0.542	0.511	0.268	0.525	0.004
	SPI6	-0.190	-0.129	-0.600	0.549	0.496	0.378	0.763	0.219
	SPI12	-0.392	-0.390	-0.020	0.982	0.465	0.448	0.962	0.862
شیراز	SPI3	-0.084	-0.022	-0.530	0.597	0.828	0.341	0.412	0.000
	SPI6	-0.038	0.004	-0.320	0.750	0.884	0.555	0.628	0.036
	SPI12	0.059	0.077	-0.140	0.891	0.783	0.682	0.871	0.526
تبریز	SPI3	-0.165	-0.070	-0.740	0.460	0.933	0.468	0.501	0.002
	SPI6	-0.105	-0.113	0.060	0.952	0.630	0.627	0.995	0.980
	SPI12	-0.135	-0.169	0.310	0.757	0.503	0.498	0.992	0.969
تهران مهرآباد	SPI3	0.304	0.154	1.360	0.177	0.627	0.399	0.637	0.041
	SPI6	0.402	0.267	1.260	0.209	0.554	0.403	0.728	0.152
	SPI12	0.495	0.407	0.680	0.497	0.733	0.674	0.920	0.705
زاهدان	SPI3	-0.300	-0.105	-1.530	0.129	1.040	0.394	0.379	0.000
	SPI6	-0.440	-0.315	-0.840	0.402	1.210	0.780	0.644	0.050
	SPI12	-0.740	-0.760	0.080	0.936	1.440	1.323	0.918	0.713

جدول ۶- مقادیر آماره کاپای مربوط به آزمون مقایسه طبقات SPI در سری زمانی مشاهده شده و سری زمانی پیش‌بینی شده مقیاس‌های سه‌گانه SPI (دوره آماری ۲۰۰۷-۲۰۰۱)

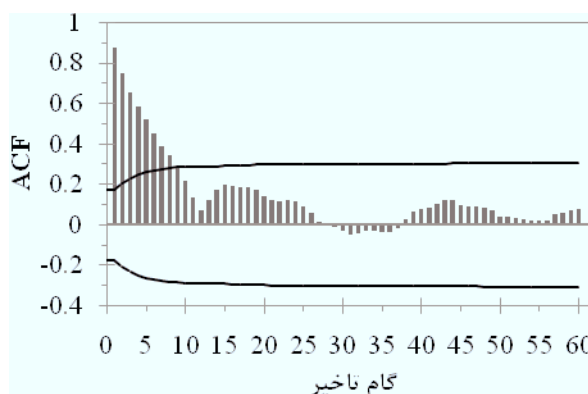
ایستگاه	SPI	گام زمانی											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
بندر انزلی	SPI3	0.33	0.10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	SPI6	0.42	0.31	0.18	0.12	0.06	0.03	0.03	-0.01	0.02	0.02	-0.03	-0.01
	SPI12	0.77	0.64	0.54	0.45	0.38	0.31	0.27	0.14	0.05	-0.02	-0.06	-0.03
بوشهر	SPI3	0.46	0.31	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33
	SPI6	0.49	0.24	0.16	0.10	0.02	-0.08	-0.10	-0.05	-0.06	-0.03	-0.01	-0.06
	SPI12	0.66	0.50	0.45	0.34	0.30	0.26	0.16	0.11	0.03	-0.04	-0.05	-0.18
گرگان	SPI3	0.41	0.12	0.00	0.03	0.03	0.02	0.03	0.03	0.07	0.06	0.06	0.05
	SPI6	0.66	0.40	0.29	0.21	0.09	-0.04	-0.03	-0.03	-0.01	0.01	0.03	0.04
	SPI12	0.67	0.52	0.39	0.41	0.30	0.32	0.15	0.10	0.01	0.04	-0.04	-0.18
همدان نوژه	SPI3	0.40	0.07	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	SPI6	0.58	0.40	0.26	0.20	0.11	0.09	0.07	0.04	0.00	-0.02	0.00	0.00
	SPI12	0.77	0.66	0.55	0.40	0.31	0.18	0.13	0.03	-0.02	-0.05	-0.11	-0.18
کرمان	SPI3	0.22	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	SPI6	0.38	0.21	0.14	0.04	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	SPI12	0.72	0.65	0.48	0.40	0.31	0.25	0.17	0.09	-0.03	-0.05	-0.08	-0.11

اعداد برجسته: آماره‌ی کاپا با $P\text{-value} < 0.05$ معنی‌دار است.

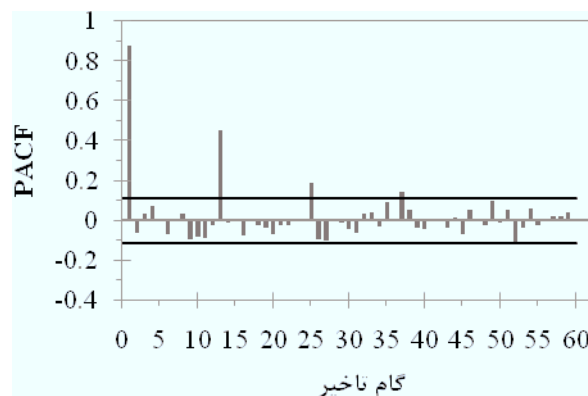
ادامه جدول ۶- مقادیر آماره کاپای مربوط به آزمون مقایسه طبقات SPI در سری زمانی مشاهده‌شده و سری زمانی پیش‌بینی شده مقیاس-های سه‌گانه SPI (دوره آماری ۲۰۰۷-۲۰۰۱)

ایستگاه	SPI	گام زمانی											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
مشهد	SPI3	0.26	0.12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	SPI6	0.41	0.31	0.23	0.10	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	SPI12	0.74	0.56	0.58	0.46	0.45	0.43	0.34	0.34	0.22	0.17	0.11	-0.01
شیراز	SPI3	0.21	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	SPI6	0.44	0.15	0.06	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	SPI12	0.76	0.64	0.53	0.53	0.45	0.41	0.33	0.30	0.24	0.23	0.14	-0.03
تبریز	SPI3	0.32	0.12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	SPI6	0.60	0.32	0.18	0.14	0.01	-0.03	-0.03	0.01	0.02	-0.02	0.01	0.06
	SPI12	0.65	0.55	0.53	0.45	0.42	0.38	0.36	0.32	0.26	0.21	0.10	0.07
تهران	SPI3	0.29	0.09	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	SPI6	0.46	0.29	0.16	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	SPI12	0.66	0.51	0.42	0.39	0.31	0.25	0.20	0.23	0.14	0.13	0.07	0.02
زاهدان	SPI3	0.31	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	SPI6	0.56	0.39	0.21	0.11	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	SPI12	0.81	0.71	0.61	0.49	0.36	0.27	0.18	0.09	0.02	-0.05	-0.11	-0.18

اعداد برجسته: آماره‌ی کاپا با $P\text{-value} < 0.05$ معنی‌دار است.



شکل ۱- نمودار ضریب خودهمبستگی سری زمانی SPI 12 ایستگاه بندر انزلی



شکل ۲- نمودار ضریب خودهمبستگی جزئی سری زمانی SPI 12 ایستگاه بندر انزلی

فهرست منابع:

1. Akaike, H., 1974. A look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19: 716–723.
2. Blain, G.C., 2011. Standardized Precipitation Index based on Pearson Type III Distribution, *Revista Brasileira de Meteorologia*, 26(2): 167-180.
3. Box, G.E.P. and Jenkins, G.M., 1976. *Time series analysis forecasting and control*. Holden-Day, San Francisco, 575 pp.
4. Chung, C.H. and Salas, J.D., 2000. Drought occurrence probabilities and risks of dependent hydrological processes, *Hydrologic Engineering*, 5(3): 259–268.
5. Cohen, J.A., 1960. Coefficient of agreement for nominal scales. *Educational and Psychological Measurement*, 20: 37–46.
6. Durdu, O.F., 2010. Application of linear stochastic models for drought forecasting in the Büyük Menderes river basin, western Turkey, *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 24: 1145–1162.
7. Edwards, D.C., and McKee, T.B. 1997. *Characteristics of 20th century drought in the United States at multiple time scales*. Colorado State University, Fort Collins, 155 pp.
8. Fernández, C., Vega, J.A., Fonturbel, T., and Jiménez E., 2009. Streamflow drought time series forecasting: a case study in a small watershed in North West Spain, *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 23: 1063–1070.
9. Guttman, N.B., 1999. Accepting the Standardized Precipitation Index: a calculation algorithm, *American Water Resources Association*, 35(2): 311-322.
10. Han, P., Wang, P.X., Zhang, S.Y., and Zhu, D.H., 2010. Drought forecasting based on the remote sensing data using ARIMA Models, *Mathematical and Computer Modelling*, 51 (11–12): 1398–1403.
11. Hayes, M.J., Svoboda, M.D., Wilhite, D.A. and Vanyarkho, O.V., 1999. Monitoring the 1996 drought using the standardized precipitation index. *Bulletin of American Meteorological Society*. 80: 429-438.
12. Hurst, H., 1951, Long Term Storage Capacity of Reservoirs, *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 116: 770-799.
13. Kumar, M.N., Murthy, C.S., Sessa Sai, M.V.R. and Roy, P.S., 2009. On the use of Standardized Precipitation Index (SPI) for Drought Intensity Assessment, *Meteorological Application*, 16: 381- 389.
14. Landis J.R, and Koch G.G., 1977. The measurement of observer agreement for categorical data. *Biometrics*, 33: 159–174.
15. Ljung, G.M and Box, G.E.P, 1978. On a measure of lack of fit in time series models, *Biometrics*, 65: 297–303.
16. Makridakis, S., Wheelwright, S.C. and Hyndman, R., 2003. *Forecasting methods and applications*. John Wiley & Sons (Asia) Private Limited, Singapore.
17. Mckee, T.B., Doesken N.J. and Kleist, J., 1993. The relationship of drought frequency and duration to time scale. *Preprints, Eighth Conference on Applied Climatology*, Anaheim, California, American Meteorological Society, 179-184.
18. Mishra, A.K. and Desai, V.R., 2005, Drought forecasting using stochastic models, *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 19: 326-339.
19. Modarres, R., 2007. Streamflow drought time series forecasting, *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 15 (21): 223–233.
20. National Drought Mitigation Center (NDMC), 1995. *Understanding and defining drought*. 7 pp [Available from National Drought Mitigation Center. <http://drought.unl.edu>]

21. Rao, A.R. and Padmanabhan, G., 1984. Analysis and modelling of Palmers drought index series. *Hydrology*, 68: 211–229.
22. Saldariaga, J., and Yevjevich, V., 1970. Application of run-lengths to hydrologic series, *Hydrology Papers* 40, Colorado State University Publication, Colorado State University, Fort Collins, Colorado.
23. Schwartz, G., 1978. Estimating the dimension of a model. *Annals of statistics*, 6: 461–464.
24. Sen, Z., 1976. Wet and dry periods of annual flow series, *Hydraulics Division, ASCE*, 106(1): 99–115.
25. Sen, Z., 1977. Run sums of annual flow series. *Hydrology*, 35: 311– 324.
26. Shafiei, M., ghahraman, B., Ansari, H., and Sharifi, M., 2011. Stochastic Simulation of Drought Severity based on Palmer Index, *Water and Irrigation Management*, 1(1): 1-13.
27. Wilhite, D. A. and Glantz, M. H., 1985. Understanding the drought phenomenon: the role of definitions. *Water International journal*, 10(3): 111-120.
28. Yevjevich, V., 1967. An approach to definition and investigation of continental hydrologic drought. *Hydrology Papers* 23, Colorado State University Publication, Colorado State University, Fort Collins, Colorado.